

Roll No

231311

S-247(B)(N)

B. A./B. Sc.(First/Third Semester)
EXAMINATION, 2023-24

MATHEMATICS

(Integral Calculus)

(SOS/Maths./SEC—1)

Time : Two Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any *five* questions from Section A and any *three* questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

P. T. O.

- (iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.

1. मान निकालिए :

$$\int_0^{\infty} \frac{x^4(1+x^5)}{(1+x)^{15}} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\infty} \frac{x^4(1+x^5)}{(1+x)^{15}} dx$$

2. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{4} \right) \right] \right]$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{4} \right) \right] \right]$$

3. $\int_1^{\log 8} \int_0^{\log y} e^{x+4} dx dy$ का मान निकालिए।

Evaluate :

$$\int_1^{\log 8} \int_0^{\log y} e^{x+4} dx dy$$

4. दिखाइए कि वक्र :

$$y = \log \sec x$$

की लम्बाई बिन्दु $x=0$ से $x=\frac{\pi}{3}$ के मध्य $\log(2+\sqrt{3})$ है।

Show that the length of the curve $y = \log \sec x$ between the points, where $x=0$ and $x=\frac{\pi}{3}$ is $\log(2+\sqrt{3})$.

5. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$ का मान निकालिए।

Find the value of :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$$

6. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{(m+n)}}$$

Prove that :

$$\int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{(m+n)}}$$

7. परवलय $y^2 = 4ax$ और इसके नाभिलम्ब के द्वारा घिरे हुए क्षेत्रफल को निकालिए।

Find the area bounded by parabola $y^2 = 4ax$ and its latus rectum.

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

Attempt any three questions. Each question carries 15 marks.

8. चक्र :

$$8a^2y^2 = x^2(a^2 - x^2)$$

को x -अक्ष के परितः घुमाने से बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल निकालिए।

Find the area of the surface of revolution generated by revolving by the curve :

$$8a^2y^2 = x^2(a^2 - x^2) \text{ about } x\text{-axis}$$

9. चक्र :

$$y^2(a+x) = x^2(3a-x)$$

को x -अक्ष के परितः घुमाया जाता है, तो उसके पोंश से निर्मित ठोस का आयतन निकालिए।

The curves $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ revolves about the axis of x . Find the volume generated by the loop.

10. मान निकालिए :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} \sec^2 \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} \sec^2 \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^2} \sec^2 \frac{9}{n^2} + \dots + \frac{1}{h} \sec^2 1 \right]$$

Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} \sec^2 \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} \sec^2 \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^2} \sec^2 \frac{9}{n^2} + \dots + \frac{1}{h} \sec^2 1 \right]$$

11. वक्र $y^2 = 4ax$ और वक्र $x^2 = 4by$ के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area included between the curves :

$$y^2 = 4ax \text{ and } x^2 = 4by$$

12. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$$

Prove that :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$$

P. T. O.

13. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x dx}{(a^2 - \cos^2 x)} = \frac{\pi^2}{2a\sqrt{a^2 - 1}}, a > 1$$

Prove that :

$$\therefore \int_0^{\pi} \frac{x dx}{(a^2 - \cos^2 x)} = \frac{\pi^2}{2a\sqrt{a^2 - 1}}, a > 1$$